

数 学

(60分)

—— 注 意 事 項 ——

- (ア) 試験時間は、11：30～12：30 の60分間とする。
- (イ) 試験中は、受験票を机の上の受験番号側に置くこと。
また、時計・筆記用具以外は、机の上に置かないこと。
- (ウ) 試験中に体の異常がある時は、手をあげ、監督者の指示に従うこと。
- (エ) 試験時間中の途中退出は認めない。
- (オ) 試験終了後、解答用紙の回収が終わるまで着席したまま次の指示を待つこと。

—— 解答上の注意 ——

- 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 問題の文中の ア、イウ などには、特に指示がないかぎり、符号（－、±）又は数字（0～9）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 アイウ に－83と答えたいとき

ア	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

- なお、同一の問題文中に ア、イウ などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、ア、イウ のように細字で表記します。
- 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。
例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。
また、それ以上約分できない形で答えなさい。
例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。
 - 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。
また、必要に応じて、指定された桁まで 〇 にマークしなさい。
例えば、キ . クケ に2.5と答えたいときは、2.50として答えなさい。
 - 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
例えば、コ $\sqrt{\text{サ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
 - 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

1 次の各問いに答えよ。

(1) $3x^2 - 2xy - 16y^2 = (x + \text{ア}y)(\text{イ}x - \text{ウ}y)$ であるから

$$3x^2 - 16y^2 + 2z^2 - 2xy - 14yz + 7zx = (x + \text{エ}y + \text{オ}z)(\text{カ}x - \text{キ}y + z)$$

である。

(2) $a = \sqrt{6 + \sqrt{11}}$ ， $b = \sqrt{6 - \sqrt{11}}$ のとき， $ab = \text{ク}$ であり， $a + b = \sqrt{\text{ケコ}}$ である。

(3) m, n を実数とし，2つの放物線 $C_1: y = x^2$ ， $C_2: y = 2x^2 - 2x - 1$ と直線 $l: y = mx + n$ を考える。

- l が C_1 に接するとき $n = -\frac{\text{サ}}{\text{シ}}m^2$ である。
- l が C_2 に接するとき $n = -\frac{\text{ス}}{\text{セ}}(m + \text{ソ})^2 - \text{タ}$ である。

よって， l が C_1 と C_2 に接するとき， l の方程式は

$$y = \text{チツ}x - \text{テ} \quad \text{または} \quad y = \text{ト}x - \text{ナ}$$

である。

(4) $AB = 3\sqrt{15}$ ， $\cos B = \frac{1}{3}$ ， $\cos C = \frac{1}{4}$ である△ABCがある。

$$\sin B = \frac{\text{ニ} \sqrt{\text{ヌ}}}{\text{ネ}}，\sin C = \frac{\sqrt{\text{ノハ}}}{\text{ヒ}}$$

より， $CA = \text{フ} \sqrt{\text{ヘ}}$ であるから， $BC = \sqrt{\text{ホマ}} + \text{ミ} \sqrt{\text{ム}}$ である。

2 a, b を $a \leq b$ を満たす実数とする。変量 x のデータは4個の値 $a-1, a+1, b-2, b+2$ であり、 x の平均値は5である。次の問いに答えよ。

(1) b を a で表すと、 $b = \boxed{\text{アイ}} - a$ となる。

(2) x の分散を a で表すと

$$a^2 - \boxed{\text{ウエ}}a + \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる。

(3) x の分散が $\frac{13}{2}$ であるとき、変量 x のデータを小さい順に並べると

$\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サ}}$

となる。

(4) 4個の値 $\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サ}}$ からなるデータに値5を n 個加えて、 $(n+4)$ 個のデータをつくる。このデータの分散を n を用いて表すと $\frac{\boxed{\text{シス}}}{n + \boxed{\text{セ}}}$ となるから、分散が1より小さくなるような最小の自然数 n は $n = \boxed{\text{ソタ}}$ である。

3 サイコロを5回投げ、出た目の積を X とする。 X の値に対して次のように得点 Y を定める。

- $X = 6^k$ ($k = 1, 2, 3, 4, 5$) のときは $Y = k$ とする。
- それ以外のときは $Y = 0$ とする。

目の出方は 6^5 通りあり、これらは同様に確からしいとする。次の問いに答えよ。

(1) $Y = 5$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{6^5}$ である。

(2) 「1の目が4回、6の目が1回出る」ような目の出方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りであり、「1の目が3回、2の目が1回、3の目が1回出る」ような目の出方は $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りであるから、 $Y = 1$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{オカ}}}{6^5}$ である。

(3) $Y = 2$ となるのは

- 1の目が1回、2の目が2回、3の目が2回出る
- 1の目が2回、3の目が2回、4の目が1回出る
- 1の目が2回、2の目が1回、3の目が1回、6の目が1回出る
- 1の目が3回、6の目が2回出る

のいずれかの場合であるから、 $Y = 2$ となるような目の出方は $\boxed{\text{キクケ}}$ 通りである。

また、 $Y = 2$ であるとき、2の目が出ていない条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(4) $Y = 3$ となるような目の出方は $\boxed{\text{スセソ}}$ 通りであり、 $Y = 4$ となるような目の出方は55通りである。

(5) 得点 Y の期待値は $\frac{\boxed{\text{タチツ}}}{\boxed{\text{テトナニ}}}$ である。

4 OA=2, OB=3 である△OABを考える。 x を $0 < x < 2$ を満たす実数として、辺OA上に点PをOP= x となるようにとり、辺BO上に点QをBQ= x となるようにとる。
 また、△OABの面積を S 、△OPQの面積を T とする。次の問いに答えよ。

(1) PQ // AB のとき $x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また、このとき

$$\frac{T}{S} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$$

である。

(2) x を $0 < x < 2$ の範囲で動かす。 $\frac{T}{S}$ が最大となるのは $x = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ のときである。

(3) $0 < x < \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ のときを考える。直線PQと直線ABの交点をRとすると

$$\text{AR} : \text{RB} = \left(x^2 - \boxed{\text{ク}} x + \boxed{\text{ケ}} \right) : x^2$$

であるから、△QBRの面積は

$$\frac{x^3}{\boxed{\text{コ}} \left(\boxed{\text{サ}} - \boxed{\text{シ}} x \right)} S$$

である。よって、△QBRの面積と T が等しいとき

$$\frac{T}{S} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

※以上で問題は終了です。